

## LAS CORRIENTES ACTUALES DE LA FILOSOFIA DE LA ARITMÉTICA Y LA ONTOLOGÍA DEL NÚMERO \*

La *cantidad* ha sido contemplada, a menudo, con un cierto desdén, como opuesta a la valoración cualitativa, como si ésta de por sí fuera más digna y noble que aquélla. No cabe duda que dicho menosprecio de lo cuantitativo procede de impugnar las ideologías del *positivismo* empírico-sensorial, que no se hace cargo sino de lo que puede ser medido y contado, y a la par del *materialismo*, especialmente en su versión *dialéctica*, con su dogma de la transmutación de cantidades en cualidades. La cantidad, vista en sus aspectos lógico y ontológico, resulta, por cierto, totalmente inocente de esas confusiones ideológicas; la cantidad no es en modo alguno algo peor que la cualidad -pues "omne ens, qua ens, est bonum"- . Más aún: las *corrientes actuales* de las ciencias *matemáticas*, vinculadas a *consideraciones filosóficas* acerca de ellas y de sus *raíces ontológicas*, pueden enseñarnos precisamente lo *contrario* de lo que positivistas y materialistas se obstinan en defender. Veámoslo.

La falta de tiempo me obliga a destacar tan sólo algunas notas principales. Sin embargo, el nivel presente de la filosofía de la aritmética requiere, para ser comprendido, que se dé razón de sus antecedentes históricos. El germen de los problemas que implica la llamada "crisis de los fundamentos de las matemáticas", ya puede entreverse; a mi entender, en las "proposiciones en sí" y "verdades en sí", que había sostenido el Bernardo BOLZANO, desde luego en justa refutación del kantismo. BOLZANO define sus "verdades en sí" como independientes de toda intelección humana o incluso divina. Yo añadiría que son de índole netamente *platónica*. Vienen a ser el polo opuesto de la intuición de SAN AGUSTÍN y de SANTO TOMÁS, de la "visio creativa" o "scientia visionis et approbationis", que constituye el eje sobre el que giran las "quaestiones disputatae de veritate". SAN AGUSTÍN decía concisamente: "Non ideo novit Deus, quia sunt, sed ideo sunt, quia novit".

Ya en los primeros párrafos de los cuatro voluminosos tomos de su *Doctrina de la Ciencia* ("Wissenschaftslehre"), BOLZANO convierte la fórmula clásica de la visión creadora en su contraria, según la cual el mismo Dios ve las cosas como son en sí, de la misma forma que nosotros los hombres, con lo cual se anula la *correlación ontológica* de la creación continua. La omnisciencia divina, según BOLZANO, ya no es causa intrínseca y necesaria, sino una concomitancia, un espejo de las esencias. Claro está que ese *ontologismo* platonizante incurre necesariamente en las mismas dificultades que el maestro PLATÓN en sus diálogos posteriores, *Sophistés* y *Parménides*, al

---

\* Comunicación en la IV Reunión de Aproximación filosófico-científica de la Institución del CSIC Fernando el Católico, Zaragoza 1963. Impreso en Actas Zaragoza 1964, pp. 330-333. "Die Gegenwartsströmungen in der Philosophie der Arithmetik und die Ontologie der Zahl".

tropezar con la "sympioké eidon", o enlace de las ideas entre sí y del mundo ideal y real. BOLZANO nos ha dejado un folleto acerca de *Las paradojas de lo infinito*, que fue publicado póstumamente en 1851 y apenas es conocido. (Dicho entre paréntesis: uno de los pocos conocedores de BOLZANO fue el gran lingüista, filósofo y teólogo español don Ángel AMOR RUIBAL.) La doctrina de BOLZANO, sin embargo, tuvo un influjo enorme en el desarrollo del tema de la existencia de una infinitud matemática actual, sobre todo en la *Teoría de los conjuntos*, de Georg CANTOR. Por cierto que el mismo CANTOR, en discusión con Richard DEDEKIND, confesó que esta infinitud se le presentaba "como un abismo". Advino después la réplica de las *antinómicas aritméticas*, harto conocidas, que ocasionaron aquella famosa carta de Gottlob FREGE a Bertrand RUSSELL, con su exclamación: "¡Oh dolor, que la aritmética se tambalea!" ("O weh, die Arithmetik wackelt!"). Sobrevinieron las inacabables discusiones entre las diferentes escuelas y direcciones, sobre todo el *logicismo* de FREGE, WHITEHEAD y RUSSELL; el *intuicionismo* de BROUWER, Herman WEYL, Arend HEYTING y otros, y el *formalismo* axiomático, a partir de David HILBERT hasta -entre otros muchos- Johann von NEUMANN, Kurt GOEDEL, Gerhard GENTZEN y Paúl LORENZEN.

Antes de esbozar, a grandes rasgos, las intenciones que animan las investigaciones, a mi juicio, más profundas y prometedoras del presente –es decir, las que sigue realizando el círculo que se ha dado el nombre de "Nicolás BOURBAKI", con su obra monumental *Eléments de Mathématique*, y que podría llamarse *estructuralismo*–, Permítaseme exponer mi propia opinión acerca de la crisis mencionada:

1º. La afirmación de una infinitud cuantitativa *actual*, entendiéndose en el orden ideal de la aritmética, no puede sostenerse. Nos vemos precisados a volver a la concepción ya aristotélica del carácter meramente *potencial* de lo infinito numérico y geométrico, como el estagirita sentó en *alpha* élatton, 994 b 26: "A ningún infinito le conviene el ser, porque si no fuese así, el concepto de lo infinito no sería infinito". En otros términos: El mismo progreso que se había logrado en el análisis, ya a principios del siglo XIX, con la formulación exacta del criterio de convergencia por August Louis CAUCHY -eliminando definitivamente vaguedades como las de "magnitudes infinitamente pequeñas"-, el mismo rigor podría conseguirse en la Aritmética renunciando a la construcción antitética de un infinito actual.

2º. Por eso, no se perderían los méritos de CANTOR, B. RUSSELL y sus sucesores respecto a las teorías de los conjuntos y los tipos: con tal que sean consideradas no como verdades en sí, preexistentes en un cielo platónico, sino como construcciones auxiliares con el fin de sacar a luz las razones y leyes que se dan en los entrelazamientos de las estructuras aritméticas, por ejemplo, para demostrar que la

serie de los números reales (del continuo) es de mayor potencia que la de los números algebraicos.

3.º Ninguna de las tres teorías mencionadas -ni el *logicismo*, ni el *intuicionismo*, ni el *formalismo*- puede mantener pretensiones de validez universal. Pero cada uno, sí es legítima dentro de un ámbito acotado, en lo cual se manifiesta la trinidad infranqueable a nuestra finitud humana. A la que aludió H. WEYL en su *Philosophy of Mathematics and Natural Science*: es el eslabonamiento entre la intuición de los fenómenos, el formalismo de las construcciones y el *logos* de las ideas.

Sin preocupaciones por tales problemas filosóficos, el círculo BOURBAKI trabaja minuciosamente en la ardua tarea de poner de relieve las estructuras fundamentales de las Matemáticas.

Hasta ahora han salido a luz unos veinte tomos de la sección primera de los *Eléments de mathématique*, sobre el tema general del análisis. La teoría de los números reales se encuentra en el cuarto capítulo del tercer libro. Preceden la teoría de los conjuntos, el álgebra y la topología general. ¿Por qué? La explicación es ésta: Las leyes objetivas que rigen las propiedades de los números son tan complicadas que se exige un estudio anterior de tres estructuras "madres" -las *algebraicas*, especialmente las de la teoría de los grupos; las relaciones de *orden* y las *topológicas*-, en cuyo cruce despunta la *aritmética*. La estructura lógica y abstracta es la idea central que anima e impulsa al equipo de matemáticos franceses que colaboran en los "elementos", entre ellos Henri CARTAN, Jean DIEUDONNÉ, Laurent SCHWARTZ y André WEIL. Desde este nuevo punto de vista, tan fecundo y amplio como perspicaz, las estructuras son las que representan, en rigor, el objeto de las Matemáticas "kat' exojén", y los números brotan como singularidades de la trama de relaciones entretejidas.

Lo mismo sucedió en la *física teórica*: La fórmula universal que HEISENBERG anunció hace tres años, no significa otra cosa que la primacía de las estructuras objetivas, de las "leyes de cuadro", sobre los elementos; las varias partículas elementales son manifestaciones instantáneas que reciben todas sus propiedades en virtud de las relaciones estructurales determinativas. Y lo más interesante y esencial en todo esto es que dichas estructuras -ya puramente matemáticas, ya físicas- no tienen nada que ver con creaciones o construcciones del entendimiento humano, sino que se trata de descubrimientos *objetivos*, casi diría *sobre-objetivos*, que no dependen en modo alguno de nuestro albedrío y nuestra organización cognoscitiva, y por otra parte, estas estructuras objetivas carecen asimismo de cualquier substrato *material*, son "transtemporales" y "transespaciales", mejor dicho hacen surgir y

delimitan la temporalidad y la espacialidad en un "tiempo mínimo" ( $t = 10^{-23}$  sec) y en una "longitud mínima" ( $c = 10^{-13}$  cm).

Quedan derrotados, a la vez, el positivismo y el materialismo.

Sólo resta la pregunta: ¿Qué es una estructura? Pero esta cuestión ya es problema que pertenece a las discusiones sobre el tema de la *relación*.

A este respecto quisiera llamar la atención sobre el hecho de que esas ideas modernas acerca de la *ontología del número* se hallan ya expresadas clarísimamente en un texto inédito de don Ángel AMOR RUIBAL, sobre *El ente finito y el ente infinito*, en que el canónigo compostelano -uno de los sabios más universales que hemos tenido en Europa desde LEIBNIZ y HUMBOLDT- amplía su teoría de las propiedades trascendentes del ente (expuesta en el tomo noveno, tercero de los póstumos) de los *Problemas fundamentales de la Filosofía y del Dogma*. AMOR RUIBAL escribió: "El número ha de considerarse como una *relación* que brota espontáneamente al contacto del entendimiento con la realidad. La noción de *relación* preside a la noción de todo *grandor*". El número es *símbolo* del grandor, y como tal elemento trascendente, de todo ente; en su *génesis* es la *unidad* que va hacia la pluralidad, en su forma constituida es una pluralidad que encierra la unidad, la cual viene todo fundado y radicado en el principio metafísico de la *individualidad*.

Se ve cómo en esta teoría se implica y explica el nexo ontológico de *correlación* inseparable entre el entendimiento humano, el ente real objetivo y el *ser* trascendente. Se evitan las dificultades, e incluso las antinomias derivadas del platonismo, ya que únicamente la trascendencia *personal* y absoluta de la creación continua esclarece los rayos *espirituales* que relampaguean ya en este mundo con su doble faz, real e ideal.

*Lo infinito*, según este escrito de AMOR RUIBAL, es el *ser sin límite* en un orden dado de su entidad. Yo propondría, por eso, sustituir en la terminología matemática la palabra "infinito" por el término "ilimitado", por causa de la distinción infinita de la infinitud absoluta, teológica. Porque el embrollo y la confusión entre los filósofos, por lo menos en Alemania, están siendo ilimitados: como puede verse, por ejemplo, en el modo absurdo con que Martín HEIDEGGER ha declarado abiertamente, en un diálogo con don Juan Llambías de Acevedo, que para él, Heidegger, Dios es finito –añadiendo para hacer completa la contradicción–, que el concepto de ser no tiene ningún sentido en Teología.

Mejor será meditar las palabras tan humildes como profundas, que Xavier ZUBIRI refiere de una entrevista suya con Albert EINSTEIN: "Con sólo números no hay ciencia. Le es precisa una cierta religiosidad".<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup> *Naturaleza, Historia, Dios*, 4ª ed., pág. 277.