FUNDAMENTACIÓN LÓGICO-MATEMÁTICA DE LA NUEVA FÍSICA *

La característica más significativa de la nueva física es, sin duda, su progresiva matematización del cosmos físico. En principio, cabría, por tanto, esperar que los problemas fundamentales de la lógica física se resolvieran más fácilmente teniendo en cuenta las investigaciones correspondientes en las matemáticas puras. Pero, desgraciadamente, no está decidida hasta ahora la discusión acerca de la problemática de lo finito y lo infinito ni siquiera en las matemáticas y su lógica intrínseca o -como suele decirse también- en su «investigación básica» (mathematische Grundlagenforschung).

Resultaría excesivo realizar aquí un análisis extenso de lo finito y lo infinito[1], partiendo de la lógica matemática. Parece indispensable, sin embargo, resumir brevemente la situación actual de la «investigación básica» acerca de las matemáticas y su lógica interna, para no reducir a la condición de meros enunciados hipotéticos nuestras exploraciones acerca de la realidad física. La meta propuesta es liberar los resultados de la reflexión científica y filosófica de las vicisitudes y los vaivenes que lleva consigo la experiencia diaria. Por ejemplo, el descubrimiento de una nueva clase de partículas elementales. Esto no significa, en modo alguno, una liberación de la experimentación humana en cuanto tal, que es la base de toda la ciencia, sino el reconocimiento de que tan sólo la experiencia enriquecida y entretejida con su urdimbre lógica, racional -y, por tanto, apriorística- puede conducirnos a la certeza que busca toda ciencia. Quisiera, al menos, indicar uno o varios caminos por los que parece posible una futura fundamentación apriorística de la nueva física.

I. LA INVESTIGACIÓN MATEMÁTICO-LÓGICA

En el campo de la matemática pura se está realizando un interesante esfuerzo por axiomatizar, «logizar» y unificar todas las disciplinas matemáticas y geométricas mediante el «órganon» del pensamiento de estructura. B. L. van der Waerden consiguió una representación del álgebra mediante la analítica estructural. El equipo de colaboradores «Nicolás Bourbaki" (Henri Cartan, Jean Dieudonné, Laurent Schwartz, André Weil y otros) ha

---

* Publicado en *Atlantida* II/9 (Madrid, mayo-junio 1964) 287-297.

[1] Ángel AMOR RUIBAL en un manuscrito inédito, expone ideas muy interesantes y originales acerca del Ente finito y ente infinito; intento dedicarle una monografía aparte.

expuesto en su monumental obra *Eléments de Mathématique*[2], el programa para re-organizar, por el pensamiento estructural, toda la ciencia matemática[3].

Mediante la moderna teoría de la demostración (formal y constructiva) se intenta probar el planteamiento coherente y sin contradicciones de las distintas disciplinas matemáticas. En este sentido han trabajado David Hilbert, Paul Bernays, Wilhelm Ackermann, Gerhard Gentzen, Paul Lorenzen, etc.[4]

Es importante subrayar, en especial, por sus aplicaciones en la Física, que la teoría clásica de conjuntos de Georg Cantor carece de una demostración de su no-contradicción. Lo mismo se puede afirmar de la teoría de los tipos de Bertrand Russell, cuyo "axiom of reducibility" es un expediente para salvar su teoría de las "paradojas de lo infinito"[5]. Ya su maestro y colaborador en los *Principia Mathematica*, Sir Alfred North Whitehead, dijo acerca de la teoría de los tipos que "nuestro único modo de entenderla es el absurdo"[6], y Hermann Weyl escribió sobre estas mismas teorías: "Russell da como última solución, para salir de apuros, que la razón se practique el harakiri».[7] Por lo que hace a la investigación fundamental de las matemáticas y la lógica, se busca una síntesis de los enfoques que tratan de solucionar el problema de la fundamentación matemática. Las direcciones son fundamentalmente tres: el logicismo (Gottlob Frege, Bertrand Russell), el intuicionismo, mejor denominado definitismo, defendido por Leopold Kronecker, L. E. J. Brouwer, Arend Heyting, A. N. Kolmogorow, -dentro de la Filosofía- por Edmund Husserl[8], y el formalismo de David Hilbert, o axiomatización del método de cálculo, que es la base de la moderna teoría de la demostración.

La palabra «síntesis» debe entenderse aquí como una demostración sistemática de hasta qué punto cada una de las tres direcciones tiene validez en las distintas disciplinas matemáticas. Los últimos avances en este campo son, a mi juicio, las investigaciones de

---

[2] N. BOURBAKI, *Eléments de Mathématique*, París, Hermann, 1938 ss.

[3] Resúmenes breves del pensamiento estructural en las matemáticas pueden verse en: NICOLÁS BOURBAKI, Die neue Ordnung der Mathematik, en Forscher und Wissenschaftler im heutigen Europa, Hamburgo, 1955, páginas 367-375; Id , Die Architektur der Mathematik, "Physikalische Blätter" 17 (1961) 161-166 y 212-218; PEDRO ABELLANAS, Perspectiva histórica de los conceptos de magnitud y cantidad, en Actas de la IV Reunión de Aproximación Filosófico-científica, Zaragoza, 1963, págs. 399-406; y WOLFGANG STROBL, Las corrientes actuales de la filosofía de la aritmética y la ontología del número, ibid., págs. 330-333.

[4] Vid. bibliografía detallada en OSKAR BECKER, *Grundlagen der Mathematik in geschichtlicher Entwicklung,* "Orbis Academicus" 2 (1954).

[5] Además de las explicaciones en el primer tomo de Principia Mathematica, vid. BERTRAND RUSSELL, Introduction to Mathematical Philosophy, Londres, 1919.

[6] A. N. WHITEHEAD, *Philosophie und Mathematik*, Viena, 1949, pág. 77.

[7] H. WEYL, Philosophie der Mathematik und Naturwissenschaft, en Handbuch der Philosophie, Munich-Berlín, 1927, vol. 2, pág. 40.

[8] Cfr. GOTTFRIED MARTIN, *Neuzeit und Gegenwart in der Entwicklung des mathematischen Denkens*, "Kant-Studien" 45 (1953-54) 155-165.

Hermann Weyl llevadas a cabo mediante la trilogía inseparable de fenómenos, construcciones e ideas[9].

Otro campo de trabajo en la investigación fundamental es la comparación y síntesis de los fundamentos matemáticos con la lógica simbólica[10].

En los fundamentos filosóficos los temas más estudiados han sido la elaboración de una “ontología del número”[11], la investigación histórica y sistemática sobre la esencia y los diferentes modos de ser de lo finito e infinito[12], el análisis filosófico de los conceptos de estructura y símbolo, y una ontología trascendental sobre el ser de la unidad y de la verdad.

II. LO FINITO Y LO INFINITO EN LAS MATEMÁTICAS

De las indicaciones anteriores resulta evidente que las dificultades existentes hoy en día, y en las que permanece estancada la investigación lógico-matemática, estriban principalmente en el problema antinómico y aporético de lo infinito.

Por otra parte, este concepto es hasta tal punto indispensable para construir la ciencia matemática, que -además del programa y de la crítica establecidos por Brouwer- no se ha conseguido todavía una construcción fáctica de una matemática intuitiva o definitiva, tomando como base el único reconocimiento de la existencia matemática efectiva y construible[13]. El hecho de que Hermann Weyl llame expresamente a la matemática “la ciencia de lo infinito”[14], merece ser meditado, y podría servir para distinguir las matemáticas de la lógica pura. La situación del problema sigue siendo la misma que cuando lo planteó, hace siete lustros, David Hilbert : “El pensamiento de lo infinito ha conmovido el corazón del hombre como jamás lo hizo ninguna otra consideración; lo infinito ha inquietado e influido en

---

[9] La ciencia se perdería si no siguiese apoyándose en la creencia trascendental de que existen la verdad y la realidad, y si renunciase a la tensión perpetua entre los hechos y las construcciones que se dan aquí y el reino de las ideas intuidas" HERMANN WEYL, prólogo de Philosophy of Mathematics and Natural Science, Princeton, 1949. Cfr. su último y magnífico libro Symmetry, Princeton, 1952.

[10] Vid., una amplia bibliografía en I M. BOCHENSKI, Formale Logik, Friburgo-Munich, "Orbis Academicus", 1956; W. y M. KNEALE, The Development of Logic, Oxford, 1962; y VICENTE MUÑOZ DELGADO, Lógica matemática y Lógica filosófica, Madrid, ed. "Revista Estudios", 1962. Para una orientación breve acerca de la situación actual, WILHELM BRITZELMAYR, Wandlung der Denkart und neue Denkformen, "Allgemeines Statistisches Archiv", 3 (1957) ; y JORGE PÉREZ BALLESTAR, Estado de la Lógica y de su Historia, "Atlántida" I (1963) 657-665.

[11] Un resumen histórico de la ontología del número puede verse en GOTTFRIED MARTIN Klassische Ontologte der Zahl, Colonia, 1956. Sobre la situación actual. vid. STROBL, art. cit.

[12] Cfr. ALEXANDER KOYRÉ, “Bemerkungen zu den zenonischen Paradoxen”, en: *Jahrbuch für Philosophie und phänomenologische Forschung* 5 (1922) 603-628; HENRY DEKU, “Infinitum prius finito”, *Philosophisches Jahrbuch* (1953) 267-284; y EDUARDO MARÍA GÁLVEZ LAGARTA, *Las paradojas del infinito y las paradojas del continuo*, en Actas..., Zaragoza, 1963, págs. 74-7 ss.

[13] Quizás la mejor solución sea la "semi-intuitiva" que propuso HERMANN WEYL; véanse sus estudios Das Kontinuum, Leipzig, 1918; Über die neue Grundlagenkrise der Mathematik, "Mathematische Zeitschrift” (1921) 39-79; Die heutige Erkenntnislage in der Mathematik, "Symposion" I (1925-27) I-32.

[14] Id., Philosophie der Mathematik, pág. 53.

el entendimiento más que cualquier otra idea; pero lo infinito es también con mucho el concepto más necesitado de aclaración"[15].

III. TRES TAREAS DE LA PROBLEMÁTICA FINITO-INFINITO

Todo nuevo intento de aclaración ha de basarse en estos tres problemas, estrechamente relacionados entre sí:

1. Se puede investigar el conocimiento de las estructuras matemáticas por lo que respecta a su finitud e infinitud. Un modelo para e puede ser la teoría de los grupos.

2. Se pueden considerar elementos matemáticos estructurales con miras a su finitud o infinitud exterior. Éstos tienen su prototipo en sucesión de números (naturales) en las rectas (euclídeas); su campo especial de discusión es la teoría conjuntos y de tipos.

3. Cabe, por último, considerar el problema de la finitud o infinitud interna de los elementos matemáticos estructurales. (En el análisis diferencial, el criterio de CAUCHY impide hablar de “lo infinitamente pequeño”.)

Un examen profundo de los dos primeros problemas puede proporcionar, quizá, elementos lógico-matemáticos para generar una teoría general del espacio-tiempo y una cosmología.

El análisis del primero y del último problema proporciona los fundamentos lógico-científicos de la física de partículas y campos elementales (microfísica).

IV. LA FINITUD DE LAS ESTRUCTURAS MATEMÁTICO-LÓGICAS

Sin grandes argumentaciones lógico-matemáticas, que serían excesivas en esta ocasión, se puede evidenciar que el concepto de estructura, como sistema de relaciones cerrado en sí, implica su finitud. Es cierto que una estructura puede abarcar un número ilimitado de elementos y que éstos pueden constituir una infinitud interna. Lo cual no quiere decir en modo alguno que, en principio, la esencia del concepto de estructura no sea finita, es decir, un sistema unívoco claramente concebible y lógicamente determinado («definition» en el sentido de Husserl[16]).

Piénsese, por ejemplo, en un desarrollo en serie algebraico:

$$a_1 + a_2 + ... + a_{n-1} + a^n ... = c$$

---

[15] D. HILBERT, Über das Unendliche, "Mathematische Annalen" 95 (1926) 190.

[16] Cfr. HUSSERL, *Ideen zu einer reinen Phänomenologie und phänomenologischen Philosophie*, § 72.

en el que los subíndices indican la sucesión de los números naturales. La infinitud no se puede establecer en esta fórmula mediante su estructura algebraica, sino por medio de los subíndices 1 a *n*, es decir, mediante elementos estructurales. La estructura de esta igualdad goza de las propiedades de los grupos: dos operaciones parciales pueden ser reemplazadas mediante una única operación del mismo tipo:

$$a_1 + a_2 + a_3 = c_1 + a_3 = c_2 \text{ ;}$$

cumplen la ley asociativa:

$$(a_1 + a_2) + a_3 = a_1 + (a_2 + a_3) \text{ ;}$$

cumplen la ley idéntica: $a_1 + 0 = = a_1$; e, igualmente, la ley inversa: $a_1 + (-a_1) = 0$. La finitud de la estructura es consecuencia de la primera propiedad enumerada.

El pensamiento lógico que de aquí se deduce es el siguiente: sumas de sumas siguen siendo sumas; o, en términos más generales, operaciones de enlace (relaciones) de operaciones de enlace (relaciones) siguen siendo por su parte operaciones de enlace (relaciones) de la misma clase. Dicho de otra manera: la misma relación que existe entre dos cualesquiera elementos de la estructura subsiste también entre dos relaciones correspondientes. O formulado en sentido dinámico: el mismo proceso que transforma un elemento estructural en otro, convierte asimismo una transformación respectiva en otra. De estos conceptos resulta un sistema de relaciones a partir de «prototipos entrelazados» (traducción, quizá acertada, de la palabra “pattern” utilizada a menudo por EDDINGTON y WHITEHEAD). Con todo esto no se introducen continuamente nuevas relaciones, transformaciones, etc., ya que coincidirían con alguna de las pertenecientes al campo de relaciones, transformaciones, etc., ya definidas. Así, pues, la estructura total cae dentro de lo finito.[17]

Esta retrocoincidencia interna hace ver, dentro de las relaciones estructurales, el momento esencial en el que acontece la reaparición de lo ya establecido Existe una determinación por leyes abarcable, y claramente intuible, de un ser finito cerrado en sí. Ésta es la noción de estructura tal y como se nos presenta ya en una consideración precientífica[18].

Tomemos como ejemplo una colmena. Cada celda tiene una sencilla estructura finita, la de un polígono regular de seis lados. La totalidad del panal tiene también una estructura determinada y finita, la del bastidor en el que está colocado. Pero si imaginamos una

[17] Para más detalles del análisis estructural, vid. las obras de A. S. EDDINGTON, especialmente *New Pathways in Science*, Cambridge, 1935, págs. 267 ss., y *La Filosofía de la Ciencia física* (traducción de Philosophy of Physical Science, 3.8 ed., Buenos Aires, 1956, págs. 181-201.

[18] Consideraciones análogas vale para cada estructura algebraica, a saber, las estructuras de grupo, semigrupo anillo y cuerpo. Cfr. STROBL, Introducción a la Filosofía de las Ciencias, Madrid, Ed. Revista "Estudios", 1963, especialmente el cap. 5: "Estructuras reales y posibles, físicas y matemáticas".

sucesión infinita de hexágonos regulares, este esquema peculiar imaginativo de lo infinito deja de ser una estructura determinada.

Si aplicamos estas consideraciones estructurales al problema de "objetivabilidad" físico-real, se llega a la siguiente conclusión: si suponemos que el universo físico tiene una estructura determinada, ésta no pude ser infinita, porque una estructura infinita sería una contradicción en los términos.

V. LA PROBLEMÁTICA DE LO INFINITO EN LA ARITMÉTICA

El problema de lo finito y lo infinito en las matemáticas nos hace pasar, por consiguiente, de un análisis estructural a un análisis de los elementos, y especialmente a la teoría de los números.

¿No es verdad que lo infinito entra en las matemáticas -que pueden ser definidas como la ciencia de las estructuras- a través de los subíndices que señalan una serie progresiva de números? Estos subíndices indican la sucesión de todos los números naturales, esto es, una sucesión *in infinitum*.

Sin entrar de lleno en la problemática fundamental -el debate entre logicismo, intuicionismo y formalismo-, las relaciones que aparecen en la teoría de los números se pueden formular del siguiente modo meramente lógico:

a) Cualquier número $n > 1$ queda determinado por el hecho de existir un número anterior a él y otro posterior. Dicho de otro modo: la ley de inducción completa que hace pasar de cada número n a su sucesor $n + 1$, domina toda la Aritmética.

b) De esto se deduce, como juicio analítico (no sintético), que no existe un único número mayor que todos los demás.

La pregunta decisiva es, por tanto, ¿tiene sentido lógico o matemático formar el concepto de "todos los números" y denominarlos "lo infinito"?

Después de los intentos preliminares de BOLZANO,[19] GEORG CANTOR fue el fundador de la teoría clásica de los conjuntos, introduciendo el concepto de una infinitud actual, mediante sus números ordinales transfinitos. En su misma formulación están implicadas todas las antinomias de tal intento: "Con todo lo contradictorio que sería hablar de un número mayor de la clase (I) (es decir, de los números enteros y positivos), por otra parte no hay inconveniente en imaginar un nuevo número que ha de simbolizar que todo el *concepto* (I) sea dado en su sucesión natural según una ley". Después de haber formado de

19 BERNARD BOLZANO, *Paradoxien des Unendlichen*, Praga, 1851 (Hamburgo, 1955).

este modo cada vez nuevos tipos de orden transfinito hasta ω^{ω} , siguiendo su primero y segundo principio de generación, Cantor escribe: "La formación de nuevos números, como se ve, no tiene fin; si seguimos los dos principios de generación resultan cada vez nuevos números y sucesiones de números ..."[20].

Las expresiones que he subrayado indican una primera aproximación a los siguientes problemas: las paradojas y antinomias; los intentos posteriores de solucionar las dificultades, especialmente la teoría de los tipos de RUSSELL, y la explicación de la teoría de conjuntos por un análisis estructural.

Ya el mismo CANTOR se dio cuenta de que no podemos pensar en definitiva el concepto de todos los números en su actualidad: "Una multitud puede ser tal que considerando como un conjunto todos sus elementos, se llega a contradicción, de modo que es imposible concebirla como una unidad, como una cosa hecha. Tales multitudes las llamo multitudes absolutamente infinitas e inconsistentes. El sistema 0 de todos los números es una multitud inconsistente, una multitud absolutamente infinita".[21] De aquí ha deducido Johann von Neumann que en la formación de conjuntos sólo pueden ser admitidas multitudes "no demasiado grandes", es decir, conjuntos "de menor orden que la multitud de todas las cosas"[22].

Los conceptos de "nuevo número" y "nuevos números y sucesión de números" indican una nueva consideración de su sentido. Bertrand Russell, seis lustros después, creó un "tipo" de orden superior,[23] definiendo su concepto de "tipo" como el dominio de validez de una función proposicional.[24] Sin duda, "el número de todos los números" -si "existiese"- no es finito; de esta verdad se sigue que no es un número, porque de lo contrario sería necesariamente finito y ampliable y, por consiguiente, no sería "el número de todos los números" o, si se prefiere, el "conjunto" de todos los números.

La teoría de los tipos podría, pues, interpretarse como una ampliación constructiva del ámbito de los números. La introducción de número ordinales transfinitos de tipo Ω y de números cardinales del tipo *álef* -lo que supone un salto a un in finito "actual"- podría compararse a la introducción de "números" imaginarios y complejos con el fin de hacer

[20] GEORG CANTOR, *Grundlagen einer allgemeinen Mannigfaltigkeitslehre*, 1883, § 1 1 ; reimpreso en Gesammelte Abhandlungen mathematischen und philosophischen Inhalts, ed. por ERNST ZERMELO, Berlin, 1932, págs. 195-197.

[21] Carta a Richard Dedekind. Halle, 28 julio 1899. Ibid., pág. 443.

[22] JOHANN VON NEUMANN. "Über eine Widersrpuchsfreiheitsfrage der axiomatischen Mengenlehre", en: *Journal für reine und angewandte Mathematik* 160 (1929) 227; véase también 154 (1925) 223.

[23] WHITEHEAD-RUSSELL, *Principia Mathematica*, Cambridge, 1910, t. I Introducción cap. 2.

[24] RUSSELL, "Mathematical Logic a based on the Theory of Types", en: *The American Journal of Mathematics* 3 (1908) 236.

posible la resolución de cualquier ecuación algebraica con coeficientes cualesquiera. La discusión de estos problemas no ha concluido todavía.

VI. LA INTERPRETACIÓN ANALÍTICO-ESTRUCTURAL DE LO INFINITO EN LA ARITMÉTICA

Cabe otra posibilidad, que a mi juicio resulta preferible. El hecho de poder seguir contando "no tiene fin", como el mismo Cantor reconoce. Esta negación –"no tiene fin"– se puede entender al pie de la letra o expresada con un adjetivo "no finito", en lugar de imponer a la palabra "infinito" un sentido positivo o limitativo en el sentido de Kant.[25] Esto quiere decir que el término "infinito", en su significado aritmético-cuantitativo, es la negación apodíctica de la afirmación indudablemente falsa: "el número de todos los números es finito"; pero no se trata de una afirmación positiva de que "existe" un "conjunto" infinito de números. Esta solución no significa en absoluto una exclusión del principio lógico del *tertium non datur*, como pensaba BROUWER; se trata más bien de una crítica lógico-científica, si son aplicables las conceptos de existencia –en sentido matemático ideal– y del operador "para todos" transcendiendo los ámbitos finitos. Si tenemos un conjunto finito de individuos y podemos afirmar la existencia de cada uno de ellos, siempre es posible afirmar también la existencia del conjunto de todos los elementos. Expresado de un modo sencillo: si cada casa de una ciudad existe y está pintada de blanco, existe también toda la ciudad como el "conjunto" de todas sus casas y tiene, asimismo, un aspecto blanco. Dicho en términos lógicos: en un ámbito finito, el operador "para todos" no significa otra cosa que una abreviación de una conjunción total. Pero esta explicación que dice: "este elemento, y éste y éste…", que concreta la expresión de todos estos elementos contables, no puede aplicarse a un conjunto infinito y por tanto indeterminado. Otra cosa es que imaginemos, por ejemplo, el conjunto de todos los sistemas de estrellas. Sin duda este conjunto, que llamamos universo, es también un sistema de estrellas y, por tanto, el concepto del conjunto de todos los sistemas de astros debe abarcarse lógicamente a sí mismo. De esto se sigue que el concepto de todos los conjuntos que no se contienen a sí mismos es contradictorio. Ésta es la famosa antinomia de Bertrand Russell.

[25] KANT, *Kritik der reinen Vernunft* § 9; 1ª ed., pág. 73; 2.ª ed., pág. 98

El hecho de existir esta antinomia se debe a que la lógica formal, hasta ahora, no distingue entre los dos sentidos del operador "para todos" que se han indicado[26].

Las cosas se complican aún más si se intenta pasar a un conjunto de infinitos elementos, porque entonces no se trata nunca de una conjunción total, esto es, contable. Aunque podemos decir de cada número, individualmente considerado, que «existe» (en un sentido lógico-matemático, es decir, como un posible objeto intencional) y asimismo de cada conjunto finito de números 1 a *n*, de esta verdad lógica no se sigue que existan todos los números en su totalidad como un conjunto actual.

Por lo menos, tal restricción del operador "para todos" a multitudes finitas y contables me parece lógicamente más consecuente que el conformarse con las paradojas y antinomias de la teoría de conjuntos y tipos.

Por otra parte, no cabe duda de que la teoría de conjuntos se muestra capaz de arrojar luz sobre las leyes del proceder potencial *in infinitum*, por ejemplo, de los diversos "órdenes" (*Mächtigkeiten*) de lo infinito, simbolizados por los números cardinales transfinitos : álef cero, álef uno,… álef omega uno, ...

Recordemos que CANTOR hablaba, en el pasaje antes citado, de "sucesión natural según una ley". Esta concepción podría conducir a una posible solución, si se aplica consecuentemente el método analítico-estructural. Entonces los números transfinitos –que no son "números" en su sentido originario– y el "salto a un más allá", que es típico para el concepto contradictorio de una "infinitud actual"[27], no podrían fundarse sobre la base de una "existencia matemático-ideal", sino que se trataría de construcciones auxiliares ficticias que tan solo sirven para arrojar alguna luz sobre las leyes estructurales que rigen las sucesiones de números reales y nos dicen, por ejemplo, que el continuo de los números reales (los algebraicos y los transcendentes) es de un orden mayor que la "densidad" de los números algebraicos, y que la multitud de las funciones posibles en un intervalo dado de números reales es todavía de mayor "orden" que la "infinitud de segundo orden" que forma el continuo de los números reales.

---

[26] El primer sentido del operador o "cuantificador" "para todos" puede llamarse empírico-analítico: si hemos encontrado, de modo empírico, el sistema de estrellas número 1, número 2, ..., número n, podemos denominar su "suma" o "conjunto total" el "universo" -que lógicamente no abarca más que n sistemas contados de estrellas. El segundo sentido del operador "para todos" puede llamarse conceptual-sintético ; es decir, partimos del concepto de "todos los sistemas de estrellas", y este concepto puede, en ciertos casos, contradecir a su totalización, porque a base del concepto se forma una nueva totalidad y tendremos el conjunto n + n sistemas de estrellas, o "universo más universo". Es preciso, pues, distinguir estas dos significaciones en el formalismo de la lógica matemática.

[27] "Pero se da un salto a un "más allá" si la serie de los números abierta a lo infinito según la ley de generación se convierte en un concepto cerrado de cosas existentes en sí. Tan solo si ocurre así, el establecimiento de los números como objetos ideales corre el peligro de fracasar". HERMANN WEYL, *Philosophie der Mathematik*, pág. 31.

VII. APLICACIÓN DEL ANÁLISIS AL MUNDO REAL

Los resultados del análisis estructural que acabamos de explicar coinciden cabalmente con la concepción potencial de lo infinito en el pensamiento aristotélico[28].

Recientemente, PAUL COHEN, un joven matemático de la Universidad de Stanford (California), logró demostrar un nuevo modelo de la teoría de conjuntos que no conduce a un continuo de los órdenes de lo infinito, sino a escalones discretos de los mismos. Siguiendo la línea de otras investigaciones paralelas[29], no parece precipitado ver en estos novísimos resultados –discutidos en el seminario matemático de la Universidad de Columbia– una prueba más a favor de la concepción potencial de lo infinito, y el pensamiento estructural y jerárquico que va ganando cada vez una mayor validez en las ciencias contemporáneas.

No es difícil ponderar la significación que tienen tales reflexiones con respecto al problema físico de la objetivación y, por tanto, de la realidad científica en cuanto tal. Si el planteamiento de una "existencia actual" de lo infinito se demuestra ya muy problemático en el ámbito ideal de la matemática pura y su lógica intrínseca, cuánto menos es posible postular una infinitud cuantitativa como un ser real; o expresado a la inversa, partiendo del ser real: Si suponemos el principio de la inteligibilidad racional del mundo –y éste es el primer principio de todas las ciencias– resulta imposible pensar el universo real como un conjunto infinito.

---

[28] ARISTÓTELES, *Física*, pág. 207 a 7-10; *Metafísica*, pág. 994 b 26-27.

[29] Cfr. GERGARD GENTZEN, *Die Widerspruchsfreiheit der reinen ZahlentTheorie*, "Mathematische Annalen" 112 (1936) 493-565; defiende el concepto potencial de lo infinito con su "demostración de la finitud" (Endlichkeitsbeweis).